جامعة البعث — امتحانات الدورة الاضافية (مرسوم) ٢٠١٤-٢٠١٥ — المدة : ساعة و نصف

كلية العلوم — أسئلة مقرر التحليل التابعي (٢) — العلامة:(١٠٠) درجة

قسم الرياضيات — لطلاب السنة الرابعة تحليل رياضي — الاسم :

السؤال الأول (٢٠ درجة):

أثبت أن كل مجموعة شبه متراصة في فضاء خطي منظم تكون محدودة أما في الحالة العامة ليس من الضروري أن تكون كل مجموعة محدودة هي شبه متراصة.

السؤال الثاني (٢٠ درجة) :

لتكن متتالية المؤثرات $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ حيث :

$$A_n : \ell_2 \to \ell_2$$
$$A_n(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots) = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n, 0, 0, 0, \dots)$$

أثبت أن هذه المتتالية متراصة ، ولكن نهايتها $\lim_{n\to\infty} A_n$ مؤثر غير متراص .

السؤال الثالث (٢٠ درجة) :

ليكن $A : B \to B$ مؤثر خطي ومحدود من فضاء باناخ في نفسه عندئذٍ إذا كان A^{-1} موجوداً ينتمي إلى $L(B,B)$ فعندئذٍ $\sigma(A^{-1}) = \left\{\frac{1}{\lambda} \;;\; \lambda \in \sigma(A)\right\}$.

السؤال الرابع (٢٠ درجة):

أثبت إذا كان H فضاء هيلبرت وكان $A : H \to H$ مؤثر خطي ومحدود ومترافق ذاتياً فإن طيفه حقيقي أيضاً أي $\sigma(A) \subset R$.

السؤال الخامس (٢٠ درجة):

ليكن $p > 1$; $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ولنأخذ المؤثر : $(Ax)_i = \sum_{i,j=1}^{\infty} a_{ij}\, \xi_i$ حيث $x = (\xi_1, \xi_2, \dots)$ عنصراً من ℓ_p وأما المصفوفة العددية (a_{ij})، $(i, j = 1, 2, \dots)$ فهي بحيث إن المتسلسلة $\sum_{i,j=1}^{\infty} |a_{ij}|^q$ متقاربة . برهن أن المؤثر A متراص.

انتهت الأسئلة — مدرس المقرر

حمص في ٧/ ٩ / ٢٠١٥ م. — مع التمنيات بالنجاح والتوفيق — الدكتور سامح العرجة

جامعة البعث	امتحانات الفصل الأول ٢٠١٣-٢٠١٤.	المدة : ساعتان
كلية العلوم	أسئلة مقرر التحليل التابعي (٢)	العلامة:(١٠٠) درجة
قسم الرياضيات	لطلاب السنة الرابعة تحليل رياضي	الاسم :

السؤال الأول (٢٠ درجة):

ليكن $A:X\to Y$ مؤثر خطي و $\dim X=n<\infty$ أثبت أن A مؤثر منتهي البعد ومحدود ويكون $\dim R(A)\le n$.

السؤال الثاني (٢٠ درجة) :

لتكن متتالية المؤثرات $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ حيث $A_n:\ell_2\to\ell_2 : A_n(\xi_1,\xi_2,\dots)=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n,0,0,\dots)$

أثبت أن هذه المتتالية متراصة ، ولكن نهايتها $\lim\limits_{n\to\infty}A_n$ مؤثر غير متراص .

السؤال الثالث (٢٠ درجة) :

أثبت أن كل مؤثر منتهي البعد في فضاء هيلبرت يمكن تمثيله على الشكل :

$$A=\sum_{k=1}^{n}\langle x,e_k^{*}\rangle e_k \quad , \quad e_k^{*}=A^{*}e_k \quad ; \quad k=1,2,\dots,n \quad , \quad n=\dim(R(A))$$

ويكون A^{*} منتهي البعد بحيث : $A^{*}=\sum_{k=1}^{n}\langle x,e_k\rangle e_k^{*}$, $\dim(R(A^{*}))=\dim(R(A))=n$

السؤال الرابع (٢٠ درجة):

ليكن $A:B\to B$ مؤثر خطي ومحدود من فضاء باناخ في نفسه أثبت أن $\rho(A)$ مجموعة مفتوحة و $\sigma(A)$ مجموعة مغلقة .

السؤال الخامس (٢٠ درجة):

أثبت أن كل مؤثر موجب $A:H\to H$ محدود ومترافق ذاتياً له جذر تربيعي موجب T وحيد ويكون تبادلياً مع كل مؤثر تبادلي مع A .

انتهت الأسئلة — مدرس المقرر

حمص في ١٥/ ١/ ٢٠١٤ م. — مع التمنيات بالنجاح والتوفيق — الدكتور سامح العرجة